Berechnung der Motorleistung

Ein 6-Zylinder-4-Takt-Ottomotor soll in drei verschiedenen Varianten auf einem Motorprüfstand betrieben werden:

1. als Saugversion
2. mit mechanischem Lader
3. mit Abgasturbolader

In allen drei Fällen seien Luftverhältnis $\lambda$, Drehzahl n und Reibleistung $P_R$ konstant. Für den Saugmotor (Index 0) wurden bereits folgende Daten ermittelt:

| | |
|---|---|
| Kraft an der Bremse | $F_{Br}$ = 216 N |
| Drehzahl | $n$ = 4000 $min^{-1}$ |
| Kraftstoffvolumenstrom | $\dot{V}_{B,0}$ = 8,96 ml/s |
| Ansaugvolumenstrom | $\dot{V}_{L,0}$ = 4,63 $m^3$/min |
| mechanischer Wirkungsgrad | $\eta_m$ = 0,9 |

Weiterhin sind folgende Größen bekannt:

| | |
|---|---|
| Hubraum | $V_H$ = 2746 $cm^3$ |
| Hebelarm der Bremse | $l_{Br}$ = 0,9549 m |
| Dichte des Kraftstoffs | $\rho_B$ = 0,76 kg/l |
| unterer Heizwert | $H_u$ = 42000 kJ/kg |
| stöchiometrische Mindestluftmasse | $m_{L,\min}$ = 14,7 $kg_L/kg_{Br}$ |
| Isentropenexponent des Abgases | $\kappa_{Abg}$ = 1,35 |
| Umgebungszustand | $p_0$ = 1 bar |
| | $t_0$ = 27 °C |
| Gaskonstante der Luft | $R_L$ = 287 J/kg K |
| Restgasverdichtungsfaktor | $C$ = 1 |
| Faktor der positiven Gaswechselarbeit | $\varphi$ = 0,8 |
| Temperaturexponent | $n$ = 0,75 |
| spezifische Wärmekapazität des Abgases | $c_{p,Abg}$ = 1,1 kJ/kg |

Daten des mechanischen Lader (Index ML)

| | |
|---|---|
| Ladedruckverhältnis | $\pi_{ML}$ = 1,4 |
| mechanischer Laderwirkungsgrad | $\eta_{m,ML}$ = 0,92 |
| isentroper Laderwirkungsgrad | $\eta_{is,ML}$ = 0,85 |

Daten des Turbolader (Index ATL)

| | |
|---|---|
| Ladedruckverhältnis | $\pi_{ATL}$ = 1,4 |
| mechanischer Wirkungsgrad der Turboladergruppe | $\eta_{m,ATL}$ = 0,92 |
| isentroper Laderwirkungsgrad | $\eta_{is,L}$ = 0,85 |
| isentroper Turbinenwirkungsgrad | $\eta_{is,T}$ = 0,85 |
| Turbineneintrittstemperatur | $T_A$ = 1000 K |

1. Berechnung des Luftverhältnisses $\lambda$, bei dem der Motor betrieben wird.
2. Berechnung der Kräfte, die an der Bremse bei der Ausrüstung des Motors mit mechanischem Lader bzw. mit Abgasturbolader wirken.
3. Berechnung der prozentualen Änderung der effektiven Leistung bei Ausrüstung mit mechanischem Lader bzw. Abgasturbolader gegenüber dem Saugmotor.
4. Berechnung der prozentualen Änderung der Wirkungsgrade bei Ausrüstung mit mechanischem Lader bzw. Abgasturbolader gegenüber dem Saugmotor.

zu 1.) Luftverhältnis λ

$$\lambda_0 = \lambda_{ML} = \lambda_{ATL} = const. \qquad \text{und} \qquad \lambda = \frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_B \cdot m_{L,\min}}$$

gegeben: $m_{L,\min}$

gesucht: $\dot{m}_{B,0}$ , $\dot{m}_L$

Der Massenstrom errechnet sich aus dem Volumenstrom multipliziert mit der Dichte:

$$\dot{m}_{B,0} = \dot{V} \cdot \rho_{B,0}$$
$$= 8{,}96 \frac{ml}{s} \cdot 0{,}76 \frac{kg}{l} \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{\dot{m}_{B,0} = 6{,}81 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{s}}$$

Aus der spezifischen Gasgleichung $p \cdot V = R \cdot T \Leftrightarrow \frac{p}{\rho} = R \cdot T$ erhält man einen Ausdruck für die Dichte der Luft in Abhängigkeit des Umgebungszustandes und für den Luftmassenstrom gilt somit folgenden Ausdruck:

$$\dot{m}_{L,0} = \dot{V}_{L,0} \cdot \rho_{L,0}$$

$$= 4{,}63 \frac{m^3}{\min} \cdot \frac{p_{L,0}}{R_{L,0} \cdot T_{L,0}}$$

$$= \frac{4{,}63}{60} \frac{m^3}{s} \cdot \frac{10^5 \frac{N}{m^2}}{287 \frac{Nm}{kg\,K} \cdot 300K}$$

$$\boxed{\dot{m}_{L,0} = 89{,}62 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{s}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\lambda = \frac{89{,}62 \cdot 10^{-3}}{6{,}81 \cdot 10^{-3} \cdot 14{,}7} = 0{,}895}$$

Werte $\lambda < 1$ bedeuten, daß der Motor im fetten, also mit Brennstoffüberschuß bzw. Luftmangel betrieben wird.

zu 2.) Kräfte an der Bremse

Allgemein gilt:

$$M_d = F_{Br} \cdot l_{Br}$$

Das Moment errechnet sich aus Kraft multipliziert mit dem Hebelarm

$$P_e = M_d \cdot \omega = M_d \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$$

Leistung = Arbeit pro Zeit

$$\Rightarrow F_{Br} = \frac{P_e}{l_{Br} \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}$$

Es gilt:

$$P_R = P_{R,0} = P_{R,ML} = P_{R,ATL} = P_{i,0} - P_{e,0}$$

Die Reibleistung sei bei den drei Motorvarianten gleich und berechnet sich aus der Differenz zwischen innerer und effektiver Motorleistung.

Mit dem Zusammenhang $P_i = \frac{P_e}{\eta_m}$ folgt:

$$\Rightarrow P_R = P_{e,0} \cdot \left( \frac{1}{\eta_m} - 1 \right)$$

$$P_{e,0} = F_{Br} \cdot l_{Br} \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$= 216N \cdot 0{,}9549m \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{4000}{60} \frac{1}{s}$$

$$\boxed{P_{e,0} = 86{,}4\,kW}$$

Für die Reibleistung der Motoren erhält man somit:

$$\Rightarrow P_R = 86{,}4kW \cdot \left(\frac{1}{0{,}9} - 1\right)$$
$$\boxed{P_R = 9{,}6\,kW}$$

Es gilt:

$$P_{e,L} = \dot{m}_{L,ML} \cdot w_{is,L} \cdot \frac{1}{\eta_{m,ML} \cdot \eta_{is,ML}}$$

Die effektive Leistung, die der mechanische Lader zum Betrieb benötigt, errechnet sich aus dem geförderten Luftmassenstrom multipliziert mit der isentropen Laderarbeit und dividiert durch den mechanischen und isentropen Laderwirkungsgrad, da diese Werte als „Mehr- Leistungsverbrauch" eingerechnet werden müssen.

$$w_{is,L} = c_{p,L} \cdot T_{L,0} \cdot \left(\pi_{ML}^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1\right)$$

Die Arbeit, die der Lader am Gas bei der isentropen (adiabat und reversibel) Verdichtung verrichtet errechnet sich aus der spezifischen Wärmekapazität der Luft multipliziert mit der Ansauglufttemperatur. Desweiteren geht das Verdichterverhältnis in die Gleichung ein (ohne Herleitung; bei Interesse $\Rightarrow$ kurze Mail an mich).

Die Unbekannte $c_p$ kann aus folgenden Zusammenhängen errechnet werden:

$$R = c_p - c_v \quad \text{und} \quad \frac{c_p}{c_v} = \kappa$$

Daraus folgt:

$$\frac{c_p}{c_p - R} = \kappa$$
$$c_p = \kappa \cdot c_p - \kappa \cdot R$$
$$c_p \cdot (\kappa - 1) = R \cdot \kappa$$

und man erhält schließlich den Ausdruck:

$$\Rightarrow \boxed{c_p = R \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

Für die Laderarbeit ergibt sich somit:

$$w_{is,ML} = R_L \cdot \frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1} \cdot T_{L,0} \cdot \left( \pi_{ML}^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right)$$

$$= 287 \frac{J}{kg\,K} \cdot \frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot 300K \cdot \left( 1{,}4^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} - 1 \right)$$

$$\boxed{w_{is,ML} = 30{,}41 \frac{kJ}{kg}}$$

Desweiteren benötigt man zur Berechnung der vom Lader benötigten Leistung den Luftmassenstrom, den der Lader fördert. Diesen erhält man aus dem Restgasverdichtungsfaktor:

$$C = \frac{\dot{V}_{L,a}}{\dot{V}_{L,0}} = \frac{\dot{m}_{L,a} \cdot T_{E,a} \cdot p_0}{\dot{m}_{L,0} \cdot T_{E,0} \cdot p_L}$$

$$\frac{T_{E,a}}{T_{E,0}} = \left( \frac{T_{L,a}}{T_{L,0}} \right)^n \qquad \text{(siehe Grundlagen)}$$

Aus diesen Zusammenhängen ergibt sich für den Laderluftmassenstrom folgender Ausdruck:

$$\Rightarrow \dot{m}_{L,a} = \dot{m}_{L,ML} = C \cdot \dot{m}_{L,0} \cdot \left( \frac{T_{L,0}}{T_{L,a}} \right)^n \cdot \pi_{ML}$$

Das noch unbekannte Temperaturverhältnis kann über das Verdichtungsverhältnis wie folgt berechnet werden (ohne Herleitung; bei Interesse ⇒ kurze Mail an mich):

$$\frac{T_{L,a}}{T_{L,0}} = \frac{1}{\eta_{is,ML}} \cdot \left( \pi_v^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right) + 1$$

$$= \frac{1}{0{,}85} \cdot \left( 1{,}4^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} - 1 \right) + 1$$

$$\boxed{\frac{T_{L,a}}{T_{L,0}} = 1{,}1187}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{T_{L,0}}{T_{L,a}} = 0{,}8939}$$

Somit erhält man für den Luftmassenstrom mit mechanischer Aufladung:

$$\dot{m}_{L,ML} = 1 \cdot 89{,}62 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{s} \cdot (0{,}8939)^{0{,}75} \cdot 1{,}4$$
$$\boxed{\dot{m}_{L,ML} = 115{,}35 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{s}}$$

Die effektive Laderantriebsleistung kann nun mit den oben errechneten Werten bestimmt werden:

$$\Rightarrow P_{e,L} = 115{,}35 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{s} \cdot 30{,}41\frac{kJ}{kg} \cdot \frac{1}{0{,}92 \cdot 0{,}85}$$
$$\boxed{P_{e,L} = 4{,}485\,kW}$$

Für die innere Motorleistung mit mechanischer Aufladung gilt folgender Zusammenhang (siehe Grundlagen):

$$P_{i,ML} = P_{i,0} \cdot C \cdot \pi_{v,ML} \cdot \left(\frac{T_{L,0}}{T_{L,a}}\right)^{n} + V_H \cdot (p_a - p_0) \cdot n \cdot i \cdot \varphi$$

Berechnung der noch unbekannten Größen $P_{i,0}$ und $p_a$:

$$P_{i,0} = P_{e,0} + P_{R,0} = 86{,}4\,kW + 9{,}6\,kW$$
$$\boxed{P_{i,0} = 96\,kW}$$

Die innere Leistung des Saugmotors berechnet sich aus effektiver Leistung addiert mit der Reibleistung.

$$\pi_{v,ML} = \frac{p_a}{p_0} = 1{,}4 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{p_a = 1{,}4\,bar}$$

Setzt man nun die errechneten Werte in die Gleichung ein, so erhält man den Wert für die innere Leistung des geladenen Motors:

$$\Rightarrow P_{i,ML} = 96\,kW \cdot 1 \cdot 1{,}4 \cdot (0{,}8939)^{0{,}75} + 2{,}746 \cdot 10^{-3}\,m^3 \cdot (1{,}4 - 1{,}0) \cdot 10^5\,\frac{N}{m^2} \cdot \frac{4000}{60}\frac{1}{s}$$
$$\cdot\, 0{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{P_{i,ML} = 126{,}5\,kW}$$

Hieraus kann man nun die effektive Leistung des geladenen Motors bestimmen, indem man von der inneren Leistung die Reibleistung und die Laderantriebsleistung abzieht:

$$\Rightarrow P_{e,ML} = P_{i,ML} - P_{R,ML} - P_{e,L}$$
$$= 126{,}5\,kW - 9{,}6\,kW - 4{,}49\,kW$$
$$\boxed{P_{e,ML} = 112{,}41\,kW}$$

Berechnung der Motorleistung bei Ausstattung mit einem Abgasturbolader:

Es gilt auch hier wiederum folgende Gleichung:

$$P_{i.ATL} = P_{i,0} \cdot C \cdot \pi_{v,ATL} \cdot \left(\frac{T_{L,0}}{T_{L,a}}\right)^n + V_H \cdot (p_a - p_A) \cdot n \cdot i \cdot \varphi$$

Für die Gaswechselarbeit muß der Druck $p_A$, der im Krümmer vor dem Turbolader herrscht, bekannt sein, da das verbrannte Gemisch gegen die Turbine ausgeschoben wird.

mit $p_A = unbekannt$

Der Druck im Krümmer kann mit folgendem Ausdruck bestimmt werden (ohne Herleitung; bei Interesse $\Rightarrow$ kurze Mail an mich):

$$\frac{p_0}{p_A} = \left(1 - \frac{c_{p,L}}{c_{p,A}} \cdot \frac{\dot{m}_{L,a}}{\dot{m}_{Abg,a}} \cdot \frac{T_0}{T_A} \cdot \left[\pi_v^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1\right] \cdot \frac{1}{\eta_{m,ATL} \cdot \eta_{is,L} \cdot \eta_{is,T}}\right)^{\frac{\kappa_A}{\kappa_A - 1}}$$

Bestimmung der unbekannten Größen:

Das Verhältnis der Massenströme errechnet sich aus:

$$\frac{\dot{m}_{L,a}}{\dot{m}_{Abg,a}} = \frac{\dot{m}_{L,a}}{\dot{m}_{B,a} + \dot{m}_{L,a}} = \frac{1}{\frac{\dot{m}_{B,a}}{\dot{m}_{L,a}} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda \cdot m_{L,\min}} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}895 \cdot 14{,}7} + 1}$$

$$\boxed{\frac{\dot{m}_{L,a}}{\dot{m}_{Abg,a}} = 0{,}9294}$$

$$c_{p,L} = R_L \cdot \frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1}$$ (siehe oben)

Das Druckverhältnis ergibt sich zu:

$$\Rightarrow \frac{p_0}{p_a} = \left(1 - \frac{287 \cdot 1{,}4}{1100 \cdot 0{,}4} \cdot 0{,}9294 \cdot \frac{300\,K}{1000\,K} \cdot \left[1{,}4^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} - 1\right] \cdot \frac{1}{0{,}92 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}85}\right)^{\frac{1{,}35}{0{,}35}}$$

$$\boxed{\frac{p_0}{p_a} = 0{,}8589}$$

Hieraus kann der Druck vor der Turbine errechnet werden:

$$\Rightarrow \boxed{p_A = 1{,}164\,bar}$$

Mit diesem Wert kann die innere Motorleistung mit Abgasturboaufladung bestimmt werden:

$$\Rightarrow P_{i,ATL} = P_{i,0} \cdot C \cdot \pi_{v,ATL} \cdot \left(\frac{T_{L,0}}{T_{L,a}}\right)^n + V_H \cdot (p_a - p_A) \cdot n \cdot i \cdot \varphi$$

$$= 96\,kW \cdot 1 \cdot 1{,}4 \cdot (0{,}8939)^{0{,}75} + 2{,}746 \cdot 10^{-3}\,m^3 \cdot (1{,}4 - 1{,}164) \cdot 10^2\,\frac{kN}{m^2} \cdot 66{,}67\,\frac{1}{s} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8$$

$$= 123{,}56\,kW + 1{,}728\,kW$$

$$\boxed{P_{i,ATL} = 125{,}3\,kW}$$

Bei der Berechnung der effektiven Motorleistung mit ATL muß von der inneren Leistung nur die Reibleistung abgezogen werden, da keine weitere Energie zum Antrieb des Verdichters benötigt wird.

$$\Rightarrow P_{e,ATL} = 125{,}3\,kW - 9{,}6\,kW$$

$$\boxed{P_{e,ATL} = 115{,}71\,kW}$$

Die Kräfte an der Bremse berechnen sich aus den bestimmten Werten zu:

$$F_{Br,ML} = \frac{P_{e,ML}}{l_{Br} \cdot 2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{112410\,W}{0{,}9549\,m \cdot 2 \cdot \pi \cdot 66{,}67\,\frac{1}{s}}$$

$$\boxed{F_{Br,ML} = 281\,N}$$

$$F_{Br,ATL} = \frac{115710\,W}{0{,}9549\,m \cdot 2 \cdot \pi \cdot 66{,}67\frac{1}{s}}$$

$$\boxed{F_{Br,ATL} = 289\,N}$$

zu 3.) <u>Berechnung der Leistungssteigerung durch Aufladung</u>

ML:

$$\boxed{\begin{gathered}\Delta P_{e,ML} = \frac{112{,}41 - 86{,}4}{86{,}4} = 0{,}3010 \\ \Rightarrow 30{,}1\,\%\end{gathered}}$$

ATL:

$$\boxed{\begin{gathered}\Delta P_{e,ATL} = \frac{115{,}71 - 86{,}4}{86{,}4} = 0{,}3392 \\ \Rightarrow 33{,}9\,\%\end{gathered}}$$

zu 4.) <u>Berechnung der Wirkungsgradsteigerung</u>

allgemein gilt: $\eta_e = \frac{P_e}{\dot{m}_B \cdot H_u}$

Der effektive Wirkungsgrad berechnet sich aus der effektiven Leistung des Motors im Verhältnis zur maximalen Leistung, die durch den eingesetzten Brennstoff bestimmt wird (Wirkungsgrad = Nutzen / Aufwand).

Für den Saugmotor errechnet sich dieser zu:

$$\eta_{e,0} = \frac{86{,}4\,kW}{42000\frac{kJ}{kg} \cdot 6{,}81 \cdot 10^{-3}\frac{kg}{s}} = 0{,}3020$$

$$\Rightarrow \boxed{30{,}2\,\%}$$

Für den mechanisch geladenen Motor ergibt sich:

$$\eta_{e,ML} = \frac{112{,}41\,kW}{42000\,\frac{kJ}{kg} \cdot \dot{m}_{B,a}}$$

mit $\frac{\dot{m}_{L,a}}{\dot{m}_{B,a}} = \lambda \cdot m_{L,\min}$

$$\Rightarrow \dot{m}_{B,a} = \frac{\dot{m}_{L,a}}{\lambda \cdot m_{L,\min}} = \frac{115{,}35 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{s}}{0{,}895 \cdot 14{,}7}$$

$\dot{m}_{B,a} = 8{,}77 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg_B}{s}$ gilt für ML und ATL, da $\pi_{v,ML} = \pi_{v,ATL}$

$$\eta_{e,ML} = \frac{112{,}41\,kW}{42000\,\frac{kJ}{kg} \cdot 8{,}77 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{s}} = 0{,}3052$$

$$\Rightarrow \boxed{30{,}52\,\%}$$

Für den mit Abgasturbo geladenen Motor ergibt sich:

$$\eta_{e,ATL} = \frac{115{,}71}{42000 \cdot 8{,}77 \cdot 10^{-3}} = 0{,}3141$$

$$\Rightarrow \boxed{31{,}41\%}$$

Dies entspricht einer Wirkungsgradsteigerung von:

$$\Delta\eta_{e,ML} = \frac{30{,}52 - 30{,}2}{30{,}2} = 0{,}0103$$

$$\Rightarrow \boxed{1{,}03\%}$$

$$\Delta\eta_{e,ATL} = \frac{31{,}41 - 30{,}2}{30{,}2} = 0{,}03972$$

$$\Rightarrow \boxed{3{,}97\,\%}$$